MODELOS EPIDEMIOLÓGICOS ACOPLADOS PARA A DINÂMICA DA TRANSMISSÃO DA DENGUE

Ana Carolina Simoneto(UNIOESTE) e-mail anasimoneto@hotmail.com, Rogério Luis Rizzi (UNIOESTE) e-mail rogeriorizzi@hotmail.com

UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná / Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - Cascavel - PR

Palavras-chave: Dengue, epidemiologia, dinâmica da transmissão da dengue

Resumo. *A Epidemiologia Matemática surge com o intuito de auxiliar no estudo quantitativo de fatos e formalizar o fenômeno de interação da doença e seu hospedeiro, explicando os mecanismos observados e ajudando na interpretação de dados e nas estimativas de parâmetros, além de indicar possíveis abordagens para controle de doenças e avaliar seu impacto. Neste contexto, o estudo da dinâmica da dengue por meio de modelos matemáticos vem a acrescentar quantitativamente e qualitativamente na sua tratativa e no seu controle.*

1. Introdução

Tem-se em vista que o desenvolvimento de uma doença possui aspectos individuais, ou seja, varia de acordo com o organismo de cada pessoa. No entanto, de modo geral, é possível fazer uma sistematização e análise do comportamento de uma determinada doença em certa sociedade.

Esta análise quantitativa realizada através da modelagem matemática auxilia para detectar características e observar ciclos temporais da doença na população. Com os dados obtidos, é mais fácil previnir e combater a doença, uma vez que são detectados meios de combate pela análise dos resultados. A implementação do modelo em recursos computacionais auxilia, ainda, a verificar graficamente os resultados obtidos.

Em caso mais específico, se faz relevante realizar este estudo com a dengue por ser uma doença atual e de grande manifestação na população como um todo.

Sendo assim, este trabalho visa analisar a dinâmica da dengue no decorrer do tempo nas populações.

2. População de mosquitos

A população de mosquitos é separada nas fases ovo $(E(t))$, larva $(L(t))$, pupa $(P(t))$ e adulta $(W(t))$.

No modelo estudado, simboliza-se $\phi(t)$ a taxa per capita de ovoposição por período de tempo e $\sigma_e(t)$ a eclosão dos ovos. Tem-se, ainda, que $\sigma_l(t)$ é a transformação de larvas em pupas e $\sigma_p(t)$ é a transformação de pupas em mosquitos adultos (suscetíveis a dengue).

As taxas de morte são denominadas $\mu_e(t)$, $\mu_l(t)$, $\mu_p(t)$ e $\mu_w(t)$ respectivamente para ovos, larvas, pupas e adultos.

A fase adulta é dividida em mosquitos suscetíveis $(W_1(t))$, mosquitos infectados e não infectantes $(W_2(t))$ e mosquitos infectados $(W_3(t))$.

Designa-se, então, $\eta_W(I)$ a taxa com que os mosquitos suscetíveis passam a ser infectados, porém não infectantes, e γ_W a taxa com que estes passam a infectar.

Utiliza-se, também, $\mu_2(t)$ e $\mu_3(t)$ para indicar a mortalidade pelo envelhecimento.

Porém, com a disseminação da doença, medidas de controle são aplicadas a fim de reduzir a quantidade do vetor transmissão, o mosquito *Aedes Aegypti*.

- *Controle Mecânico*: As taxas per-capita de inviabilização dos criadouros por período de tempo são dadas por $m_e(t)$, $m_l(t)$ e $m_p(t)$, referentes à ovos, larvas e pupas, respectivamente. A quantidade dos criadouros removidos será dado por $\sum_{i=1}^{k} f_i C_i$ e a capacidade remanescente dos criadouros será $1 - \sum_{i=1}^{k} (1 - f_i) C_i$;
- *Controle químico por larvicida*: A taxa de mortalidade por tal método é representada por $\mu_l'(t)$ e $\mu_p'(t)$, indicando as taxas adicionais de morte por período de tempos de larvas e pupas, respectivamente;
- *Controle químico por adulticida*: A taxa de mortalidade por período de tempo por este método é indicada por $\mu_w'(t)$.

A partir disso, obtem-se o sistema de equações diferenciais ordinárias para a dinâmica de transmissão do vírus da dengue na população de mosquitos Aedes Aegypti:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}E(t) = \varphi(W)\left[1 - \frac{E(t)}{\sum_{i=1}^{k}(1-f_i)C_i}\right] - E(t)(\sigma_e(t) + \mu_e(t) + m_e(t)) \\ \frac{d}{dt}L(t) = \sigma_e(t)E(t) - L(t)(\sigma_l(t) + \mu_l(t) + \mu_l'(t) + m_l(t)) \\ \frac{d}{dt}P(t) = \sigma_l(t)L(t) - P(t)(\sigma_p(t) + \mu_p(t) + \mu_p'(t) + m_p(t)) \\ \frac{d}{dt}W_1(t) = \sigma_p(t)P(t) - W_1(t)(\eta_W(I) + \mu_W(t) + \mu_W'(t)) \\ \frac{d}{dt}W_2(t) = \eta_W(I)W_1(t) - W_2(t)(\gamma_W + \mu_W(t) + \mu_W'(t) + \mu_2(t)) \\ \frac{d}{dt}W_3(t) = \gamma_W W_2(t) - W_3(t)(\mu_W(t) + \mu_W'(t) + \mu_3(t)) \end{cases} \tag{1}$$

3. População humana

A dengue é transmitida pelo mosquito *Aedes Aegypti* para a população humana, onde a doença se manifesta de modo benígno em sua infecção pelo primeiro sorotipo. O indivíduo infectado se torna, após curado, imune ao sorotipo pelo qual se contaminou.

Para o estudo da população humana, esta é subdividida, de acordo com a história natural da infecção, em suscetíveis (S), latentes (H), infectantes (I) e recuperados (R), sendo que tais "classes" não se interceptam.

Temos, então, o sistema de equações diferenciais ordinárias que descreve a dinâmica de transmissão da dengue na população humana:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}S(t) = \mu_h N(t) - S(t)(\eta_h(W_3) + \mu_h) \\ \frac{d}{dt}H(t) = \eta_h(W_3)S(t) - H(t)(\gamma_h + \mu_h) \\ \frac{d}{dt}I(t) = \gamma_h H(t) - I(t)(\sigma_h + \mu_h) \\ \frac{d}{dt}R(t) = \sigma_h I(t) - R(t)\mu_h \end{cases} \tag{2}$$

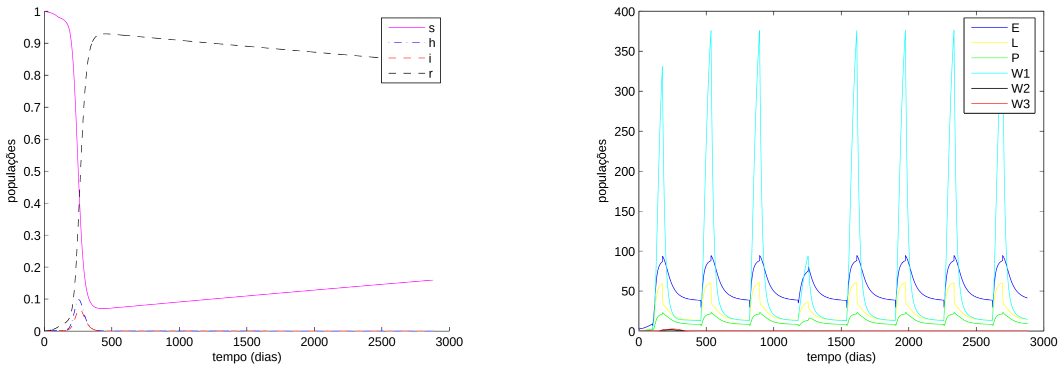
4. Implementação e Conclusões

A implementação dos modelos da dinâmica da transmissão da dengue na população de mosquitos e na população humana foi realizada por meio do software *MATLAB*.

Para este estudo foram escolhidos valores para os parâmetros que remetem à situações reais, como fatores climáticos e biológicos, e utiliza-se o método Runge-Kutta vetorial de 4ª ordem de acurácia para resolução das equações diferencias ordinárias.

Na análise dos resultados obtidos para a população humana infestada de mosquitos contaminados, nota-se que, após a contaminação dos indivíduos, há um pico de indivíduos recuperados e uma grande baixa em indivíduos suscetíveis. No entanto, com a mortalidade dos indivíduos recuperados, sua curva passa a decrescer e a dos suscetíveis começa a crescer.

Na análise da população de mosquitos contaminados foram considerados dois períodos sozonais distintos, um desfavorável para o desenvolvimento das fases do mosquito e outro favorável, compreendendo um período de 75 dias do ano de 360 dias. Neste sentido, observa-se que as curvas das populações de ovos, larvas, pupas e mosquitos crescem e decrescem de acordo com a sazonalidade.



(a) População humana

(b) População de mosquitos

Figura 1:

Com isso, e tendo em vista que o único método de combater a dengue é por meio do controle do seu vetor transmissão, o *Aedes Aegypti*, observou-se que fenômenos naturais, como temperatura e chuva, influenciam diretamente na população do mosquito, e ainda, que métodos químicos, como larvicidas e adulticidas, são úteis no controle do vetor.

Assim, observa-se a interdependência das populações de mosquitos e humana, onde, para que aconteça a transmissão da dengue, se faz necessário o contato entre ambas as classes.

Referências

[1] BARREIRA, J. A matemática da vida. *Ciência Hoje*, 197, 8–12.

[2] BASSANEZI, R. C., AND JR, W. C. F. *Equações diferenciais com aplicações*. Harbra, 1988.

[3] FERREIRA, C. P., AND YANG, H. M. Estudo da transmissão da dengue entre os indivíduos em interação com a população de mosquitos aedes aegypti. *TEMA*, 3, 323–332.

[4] FERREIRA, C. P., AND YANG, H. M. Estudo dinâmico da população de mosquitos aedes aegypti. *TEMA*, 2, 187–196.

[5] YANG, H. M. Epidemiologia da transmissão da dengue. *TEMA*, 3, 387–396.

[6] YANG, H. M., AND FERREIRA, C. P. Assessing the effects of vector control on dengue transmission. *Applied Mathematics and Computation*, 401–413.

[7] YANG, H. M., MACORIS, M. L. G., GALVANI, K. C., AND ANDRIGHETTI, M. T. M. Dinâmica da transmissão da dengue com dados entomológicos temperatura-dependentes. *TEMA*, 1, 159–168.