

A Geometria Dinâmica e o Ensino da Trigonometria

Anderson Roges Teixeira Góes^{1,2}, Heliza Colaço³

¹UFPR – Universidade Federal do Paraná
Departamento de Expressão Gráfica.

²SMED - Secretaria Municipal de Educação de Araucária
Departamento de Tecnologia Educacional.

artgoes@ufpr.br

³FAE São José - Centro Universitário
Departamento de Matemática.

helizacol@hotmail.com

Resumo. *Este artigo relata uma metodologia do ensino da Trigonometria por com a utilização de software de Geometria Dinâmica. Com a perspectiva de que o mundo atual exige que a formação do cidadão tenha significado real e sintonize-o com uma visão de mundo diferente, aplicamos uma metodologia que criou uma motivação real aos alunos, pois descobriram e construíram o conhecimento. Com o desenrolar da metodologia comprovamos que o uso da Tecnologia Educacional, neste relato de experiência através da utilização da Geometria Dinâmica pode, e deve, ser inserido na disciplina de matemática como alternativa a metodologia tradicional. Com as análises dos seus resultados, percebemos que: a melhoria da qualidade do ensino e, conseqüentemente, a melhoria da prática de ensino depende do envolvimento do corpo docente na busca de novas metodologias; e os educadores precisam ter clareza de suas obrigações e assumirem suas responsabilidades como cidadãos, proporcionando aos alunos metodologias sólidas na construção de conhecimento.*

Palavras-chave: *Desenho Geométrico; Trigonometria; Metodologia de Ensino.*

1. Introdução

Há milhares de anos foram feitas as primeiras tentativas de comunicação, pois o Homem tinha necessidade de se relacionar com seu semelhante. Os primeiros registros de linguagem escrita tinham a forma de desenhos, as chamadas pinturas rupestres,

encontradas nas paredes de antigas cavernas, trazia a representação simbólica da forma de viver do homem primitivo, seus conhecimentos, seus medos, suas divindades.

Ao longo dos anos, houve uma evolução no sentido da simplificação da linguagem até chegarmos à escrita atual, mas nem por isso o desenho perdeu sua importância como meio de comunicação e de expressão, sendo sempre utilizado paralelamente à escrita [1].

O desenho como instrumento facilitador do aprendizado da matemática no ensino fundamental e médio cria possibilidades reais de inserir o aluno em situações-problemas de seu cotidiano.

Assim, para garantir aos alunos uma formação que o torne o protagonista na construção do conhecimento, criamos e aplicamos na Escola Municipal Planalto dos Pinheiros, município de Araucária/Pr, uma metodologia do ensino da matemática por meio da Geometria Dinâmica.

A metodologia proposta é uma alternativa à tradicional, pois resgatamos nela a importância da geometria como fonte de conhecimento, inspiração e a criação.

“A geometria constitui a parte mais importante do currículo matemático do aluno, pois através do estudo, o aluno desenvolve um pensamento especial, que possibilitará a compreensão do mundo onde vivemos. São estas idéias as principais norteadoras da presente abordagem.” [2].

Equivocadamente muitos pensam que o desenho no ensino da matemática é apenas o ensino da geometria, esquecendo que muitas das situações-problemas propostas aos alunos são resolvidas através com auxílio da representação gráfica.

No entanto, o ensino da geometria no ensino médio e fundamental, se bem direcionado, se comprova como um formador do pensamento, facilitando sua representação. Nele, conhecer um objeto ou determinado problema, é agir sobre ele e transformá-lo, aprendendo os mecanismos dessa transformação e vinculando-os às ações transformadoras. [3]

Um trabalho possível de construção coletiva, de conhecimentos e atitudes, delineou-se de modo desafiador, levando à criação de metodologias que propiciassem o desenvolvimento de trabalhos em que a teoria e a prática caminhassem juntas e não somente se limitassem a problemas resolvidos em sala de aula. Adotou-se uma tomada de posição no que concerne à metodologia do ensino, diferente da didática tradicional.

A metodologia trabalhada cria elo entre a teoria e prática em sala de aula. Assim este trabalho propõe a utilização de *software* de Geometria Dinâmica oportunizando aos alunos a apropriação do conhecimento.

Assim, este artigo relata experiência desenvolvida nas aulas de Matemática com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, onde através do Desenho Geométrico construíram o novo conhecimento “Relações Trigonométricas”. Com isto, os alunos puderam desenvolver os eixos da Matemática: números e operações; grandezas e medidas; e tratamento da informação.

2. Revisão de Literatura

A maioria das dificuldades conceituais que se observam nos alunos em sala de aula está relacionada à maneira de organizarem o raciocínio e construírem argumentações lógicas [4].

Assim, uma forma de contornar as dificuldades relatadas pelo autor acima, é a utilização da Geometria Dinâmica, pois possui forte desafio àqueles que os manipulam. Com esta metodologia os alunos se sentem mais envolvidos com as figuras e aprendem a pensar e desenvolver seu raciocínio lógico, além de aprender a identificar formas geométricas e seus elementos [5].

O conhecimento sobre trigonometria não deve ser baseado apenas pelos livros didáticos segundo a referência [6]. Assim, os autores propõem uma visão mais ampla desta área, possibilitando ao docente e ao discente uma leitura crítica sobre os conceitos e assuntos no geral, que na maioria das vezes são apresentados por aglomerado de fórmulas e equações de difíceis difícil compreensão. Para sanar as dificuldades encontradas pelos alunos quanto à compreensão das definições relacionadas à trigonometria, os autores buscaram contribuir com material de apoio para professores, e assim amenizar as necessidades iniciais que os alunos apresentam com relação a este tópico. Concluem que o objetivo de oferecer um aprendizado significativo dos conceitos trigonométricos em soluções de situações-problema e desenvolver o raciocínio crítico dos alunos é atingido com a metodologia proposta.

Com o objetivo de utilizar a construção de materiais didáticos e trabalhos de campos, os autores da referência [7] desenvolvem metodologia para o ensino da Trigonometria priorizando a forma de compreensão de cada aluno, tornando uma aula mais atrativa. Ao final da metodologia utilizada, os autores concluem que com a construção de materiais e as aulas de campo, o processo ensino-aprendizado se realiza de forma agradável e a motivação nos alunos é visível.

A metodologia desenvolvida por [8], para o estudo de seno e cosseno, foi realizada em três etapas, onde iniciaram a construção do conhecimento por triângulos retângulos, passando para o ciclo trigonométrico e por fim utilizaram gráficos das funções correspondentes. A autora afirma que esta metodologia acrescentou aos alunos o conhecimento mais amplo de tais conceitos. No desenvolvimento do trabalho foi necessária uma seqüência didática repleta de atividades para a validação do proposto: verificar se aos alunos utilizaria estes conhecimentos (trigonometria no triângulo retângulo, ciclo trigonométrico e o *software* Cabri-Geomètre) na construção de gráficos das funções seno e cosseno. Por meio desta sondagem foi possível diagnosticar que o *software* se mostrou muito eficaz, auxiliando os alunos a relacionarem os conceitos já vistos no triângulo retângulo e ciclo trigonométrico com as funções seno e cosseno.

O trabalho desenvolvido em [9] com professores da rede pública de ensino de Natal, teve como objetivo verificar as dificuldades que os mesmos possuem com relação à trigonometria. Para isto, as autoras buscam evidências entre tais dificuldades e a formação inicial dos mesmos. Apesar da avaliação positiva realizada pelos professores participantes, as autoras consideram que a variedade de atividades foi insuficiente para a

construção dos conceitos trigonométricos abordados. Assim sugerem que seja realizada uma pesquisa para verificar como o conteúdo de trigonometria é trabalho na formação inicial de professores e desta forma, indicar caminhos para uma aprendizagem significativa desses futuros profissionais da educação.

Segundo a referência [10] a utilização do *software* LEMAT (Laboratório Virtual de Matemática) no estudo dos conceitos de Trigonometria contribui de forma positiva para a compreensão dos mesmos, visto também que há grande envolvimento e motivação por parte dos alunos ao realizarem as implementações e relatórios necessários durante as pesquisas. Assim, por ser apresentada uma prática de ensino e de descobertas matemáticas, o docente pode apresentar práticas novas aplicadas à trigonometria, como também para outros assuntos inclusos na Matemática e Geometria.

Para a referência [11] é necessário proporcionar ao aluno não só uma série de conceitos como também as ferramentas e estratégias para a exploração, relação, análise e demonstração para que se aprenda com solidez os sentidos e propriedades trigonométricas. Assim, os autores propõem: desenhar, desenvolver e avaliar as razões trigonométricas através da geometria dinâmica; analisar as demonstrações que surgiram com o uso do *software* Cabri; e analisar os procedimentos, as estratégias, os erros e as dificuldades encontradas durante as atividades propostas. Com estas análises, concluem que as atividades promoveram novos procedimentos e estratégias de ensino que contribuíram de forma positiva atingindo o objetivo da aprendizagem e investigação da Trigonometria.

A utilização de *software* Cabri Géomètre II por [12] proporciona estruturar um projeto de investigação no uso da tecnologia no estudo da matemática. Os resultados obtidos afirmam que a pesquisa da “transposição didática”, que modifica a apresentação dos saberes trigonométricos através de uma didática diferente da tradicional, é possível com o uso do Cabri em sala de aula.

3. Relato da Atividade

Quando apresentado de forma tradicional, o conteúdo Relações Trigonométricas é considerado pelos alunos algo abstrato e de difícil compreensão. As perguntas mais freqüentes quando o assunto é trigonometria são:

- Porque seno de 30° é 0,5?
- Porque tangente de 45° é 1?

Para sanar as dúvidas os educandos, propomos a atividade de investigação e construção de conhecimento relata a seguir.

Esta experiência mostra uma possibilidade real de tornar a matemática significativa através da Geometria Dinâmica, a principal ferramenta nesta construção do conhecimento.

3.1 Relato da Atividade

O *software* utilizado nesta atividade é o “*CaR Metal*” disponível no site <http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/>, uma adaptação do “Régua e Compasso” (*CaR - Compas and Ruler*) que oferece as mesmas apresentações que o *CaR* mas é mais ágil, pois elimina alguns passos intermediários no processo de construção do desenho. Além disto, o *software* permite realizar cálculos matemáticos e construção de funções.

A primeira construção realizada pelos alunos é a circunferência (Figura 1) com a opção “círculo” e a nomeação dos pontos “O” (centro da circunferência) e “Livre” (ponto que define o raio da circunferência e que será livre para que o aluno possa explorar as próximas atividades). Durante a construção da circunferência foi retomado o conteúdo circunferência: seus elementos (raio, diâmetro, centro, curva) e a definição de círculo.

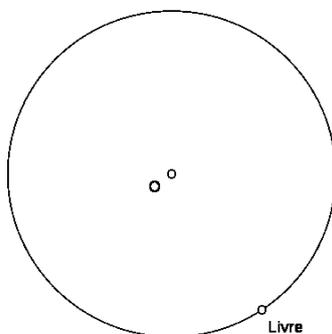


Figura 1 – Circunferência

Após esta construção os alunos traçaram dois diâmetros perpendiculares utilizando as ferramentas “semi-reta”, “segmento”, “perpendicular” e “ocultar objetos”. Tiveram certa dificuldade em lembrar a definição de retas perpendiculares, assim, neste momento, o professor fez a intervenção e solicitou que utilizassem a ferramenta “ângulo” para medir o ângulo entre os diâmetros retomando o conceito de retas perpendiculares, Figura 2.

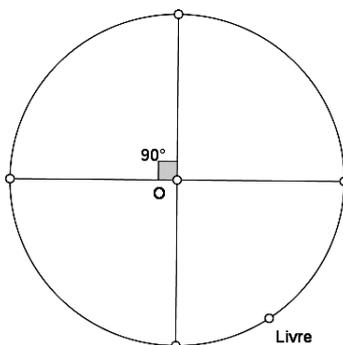


Figura 2 – Diâmetros perpendiculares

Com a ferramenta “ângulo de amplitude fixa” os alunos construíram o primeiro ângulo notável 30° , de vértice em “O”, lado “OA” e assim obtendo o lado “OB”. Ao utilizar a ferramenta descrita acima, é necessário ocultar a semi-reta “OB” e construir o segmento “OB” e utilizar ainda a ferramenta “ângulo”, obtendo assim a Figura 3.

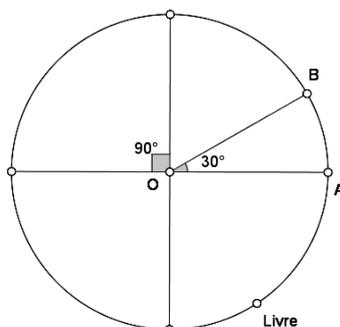


Figura 3 – Ângulo de 30°

A partir da Figura 3 são traçadas duas retas, uma perpendicular a “OA” e que contenha o ponto “B” e a outra paralela a “OA”, obtendo os pontos “C”. Para melhor visualização utilizou-se a ferramenta “polígono” para construir o triângulo OBC (Figura 4).

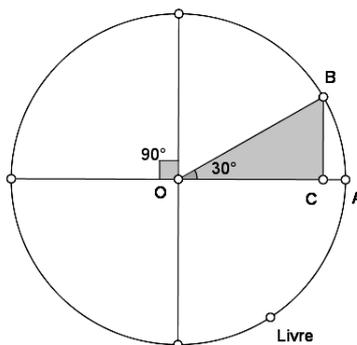


Figura 4 – Ângulo de 30°

Neste momento foi preciso a intervenção do professor para trabalhar o conteúdo “Triângulo Retângulo” e seus elementos (Figura 5).

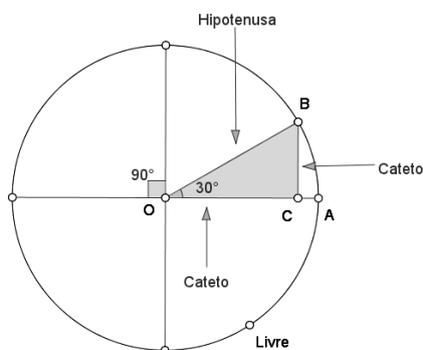


Figura 5 – Elementos do triângulo retângulo OBC

Com a utilização da ferramenta “mostrar valores dos objetos” os alunos devem elaborar tabela (Tabela 1) onde conste o raio da circunferência (mesmo valor da hipotenusa), a medida dos lados deste triângulo e as razões entre: cateto oposto e hipotenusa; cateto adjacente e hipotenusa; cateto oposto e cateto adjacente.

Esta tabela deve ser elaborada com três medidas diferentes de raio da circunferência (Figura 6(a), (b), (c)), para isto basta o aluno “mover” o ponto “Livre”.

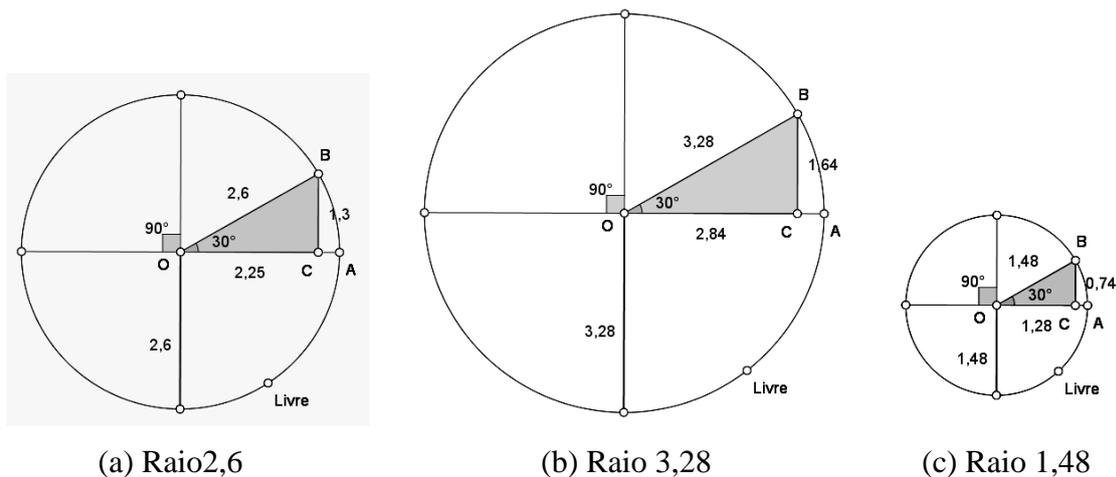


Figura 6 – Exemplos de circunferências

Medidas	Raio 2,6	Raio 3,28	Raio 1,48
Cateto Oposto	1,3	1,64	0,74
Cateto Adjacente	2,25	2,84	1,28
Hipotenusa	2,6	3,28	1,48
$\frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}}$	0,5	0,5	0,5
$\frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}}$	0,87	0,87	0,86
$\frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}}$	0,57	0,58	0,58

Tabela 1 – Dados da atividade para o ângulo de 30°

Outras duas tabelas semelhantes a Tabela 1 deve ser elaborada, uma para o ângulo de 45° e a outra para o ângulo de 60°. Pode-se verificar que os valores, quando se comparam o mesmo ângulo, são muito próximos, mesmo quando comparado com a atividade de outro aluno.

Após mediação pelo professor, aos alunos concluíram que os valores deveriam ser iguais, mas devido à precisão dada pelo *software* há este “erro”. O CaR Metal possui ferramenta para definir a quantidade de casas decimais que se quer trabalhar, na atividade apresenta acima foram utilizadas até duas casas decimais.

Neste momento as definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo, bem como tabela que apresentava os seus valores com precisão foi exposta (Tabela 2).

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Tabela 2 - Relações Trigonométricas dos Ângulos Notáveis

È sugerido em [13] que em sala de aula o professor formalize a obtenção dos valores da tabela 2 realizando a demonstração a partir do triângulo equilátero para os ângulos de 30° e 60°, e a partir do quadrado para o ângulo de 45°. Esses autores ainda sugerem aplicação do conhecimento adquirido na atividade descrita neste artigo onde os alunos devem realizar medidas de alturas com o teodolito.

4. Considerações Finais

Durante a aplicação da metodologia, verificamos a motivação dos alunos em realizar a atividade e ao mesmo tempo explorar a construção e compartilhar com os demais seus resultados.

A criatividade e a empolgação pela construção do conhecimento se manifestaram em todos os alunos, pois sem exceção todos participaram de todas as etapas do processo, os que não conseguiam concluir rapidamente uma etapa não eram desmotivados, pois sempre havia um aluno que o ajudava.

Com o desenrolar da metodologia comprovamos que o uso da Geometria Dinâmica pode, e deve, ser inserido na disciplina de matemática, não só para o ensino de Geometria, mas todos os conteúdos que seja possível.

Aqui utilizamos o termo “pode, e deve”, pois apesar da maioria das escola possuírem laboratório de informática, a vivência nos mostra que a maioria absoluta dos professores não usam esta tecnologia em suas aula para que o conhecimento seja solidificado e tenha sentido. No caso específico do conteúdo abordado “Trigonometria”, percebemos que as dúvidas comuns aos alunos não surgiram, diferente da forma tradicional onde questões como as apresentadas na Seção 3 deste artigo são comuns.

Com as análises dos seus resultados, afirmamos que a melhoria da qualidade do ensino e, conseqüentemente, a melhoria da prática de ensino depende do envolvimento do corpo docente na busca de novas metodologias. Os educadores precisam ter clareza de suas obrigações e assumirem suas responsabilidades como cidadãos, enfrentando os desafios que certamente surgirão.

Concluimos que educar não é, e nunca foi, uma tarefa fácil, pois requer educadores dispostos a buscar novas metodologias em que seus alunos construam um conhecimento solidificado.

Referências

- [1] GÓES, A. R. T. Desenho Técnico – Engenharia Civil – “Uma proposta metodológica”. Curitiba, 2004. Monografia (Especialização em Desenho Aplicado ao Ensino da Expressão Gráfica) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.
- [2] SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília, MEC / SEF, 1998.
- [3] LUZ, A. A. B. S. A (re) significação da geometria descritiva na formação profissional do engenheiro agrônomo. Curitiba, 2004. Tese (Doutorado em Agronomia) – Universidade Federal do Paraná.
- [4] NASCIMENTO, R. B. Investigações em Geometria Via Ambiente Logo. Revista Ciência & Educação, v. 10, n. 1, p. 1-21, 2004
- [5] SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S.; VIEIRA, R. M.; OCHI, F. H. A Matemática das Sete Peças do Tangram. São Paulo, CAEM-IME-USP, 1997.
- [6] CARNEIRO, J. M.; PARDIM, P. O. D.; CRUZ, J. H. C.; FERREIRA, D. M. C.; SANTOS, R. A.. Melhoria do Ensino da Trigonometria. In: X Jornada de Matemática - UFG. Rialma, 2006
- [7] ANDRADE, E. L. P.; ALVES, V. Métodos de Ensino da Trigonometria para o Ensino Fundamental e Médio. In: XI Encontro Anual de Iniciação Científica – UNESPAR. Maringá, 2002.
- [8] MARTINS, V. L. de O. F. Atribuindo significado ao seno e cosseno, utilizando o software Cabri-Géomètre. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP). 2003
- [9] BRITO, A. J.; MOREY, B. B. Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental. Revista Horizontes, v. 22, n.1, p. 65-70, jan./jun. 2004
- [10] LIMA FILHO, J. M.; ROCHA, J. A.; CAVALCANTI, L. B.. Uso do LEMAT no Ensino de Trigonometria. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2005.
- [11] LEAL, J. E. F.; RODRÍGUEZ, A. G. Unidad de Enseñanza de las Razones Trigonométricas en un Ambiente Cabri para el Desarrollo de las Habilidades de Demostración. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. URL: <www.uv.es/AngelGutierrez/aprenggeom/archivos2/FialloGutierrez06.pdf>. Acessado em 20 de fev de 2009.

[12] SICRE, O. J. S. M.; MUNGUÍA, J. L. S. Construcción de Significados para las Razones Trigonómicas Mediante un Aparato Virtual Diseñado con Cabri. In: XVII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas – Universidad de Sonora. México, 2007.

[13] GÓES, A. R. T.; COLAÇO, H. O Ensino da Trigonometria por meio do desenho geométrico. In: VIII International Conference on Graphics Engineering of Arts and Design. Bauru/SP, 2009